第四讲　上下文无关文法（一）

罗　欢

Email：hluo@fzu.edu.cn

主要内容

- 上下文无关语言
  - 上下文无关文法(CFG)
  - 歧义性
  - 乔姆斯基范式
- 下推自动机(PDA)
- PDA与CFG的等价性
- 泵引理 (略)

主要内容

- 上下文无关语言
  - 上下文无关文法(CFG)
  - 歧义性
  - 乔姆斯基范式
- 下推自动机(PDA)
- PDA与CFG的等价性
- 泵引理 (略)

两个上下文无关文法的例子

上下文无关文法的例子

- 文法G_1:

$$A \to 0A1$$
$$A \to B$$
$$B \to \#$$

产生式的例子

- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$

- 产生式(替换规则): $A\rightarrow 0A1$,

  $A\rightarrow B$,

  $B\rightarrow \#$

变元的例子

- 文法G_1:

  $A \to 0A1$

  $A \to B$

  $B \to \#$

- 变元(非终结符): A, B

终结符的例子

- 文法G_1:

$$A \to 0A1$$
$$A \to B$$
$$B \to \#$$

- 终结符: 0,1, #

初始符的例子

- 文法G_1:

  $$A \to 0A1$$
  $$A \to B$$
  $$B \to \#$$

- 初始符: A

一步派生的例子

- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$

- 派生: A

一步派生的例子

- 文法G_1:

  $A \to 0A1$

  $A \to B$

  $B \to \#$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1$

一步派生的例子

- 文法G_1:

$$A \to 0A1$$
$$A \to B$$
$$B \to \#$$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$

一步派生的例子

- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$

  $\Rightarrow 000A111$

一步派生的例子

- 文法G_1:

$$A \rightarrow 0A1$$
$$A \rightarrow B$$
$$B \rightarrow \#$$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$

$$\Rightarrow 000A111 \Rightarrow 000B111$$

一步派生的例子

- 文法G_1:

  $A \to 0A1$

  $A \to B$

  $B \to \#$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$

  $\Rightarrow 000A111 \Rightarrow 000B111$

  $\Rightarrow 000\#111$

A

语法分析树的例子

- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$

- 派生: A
- 语法分析树

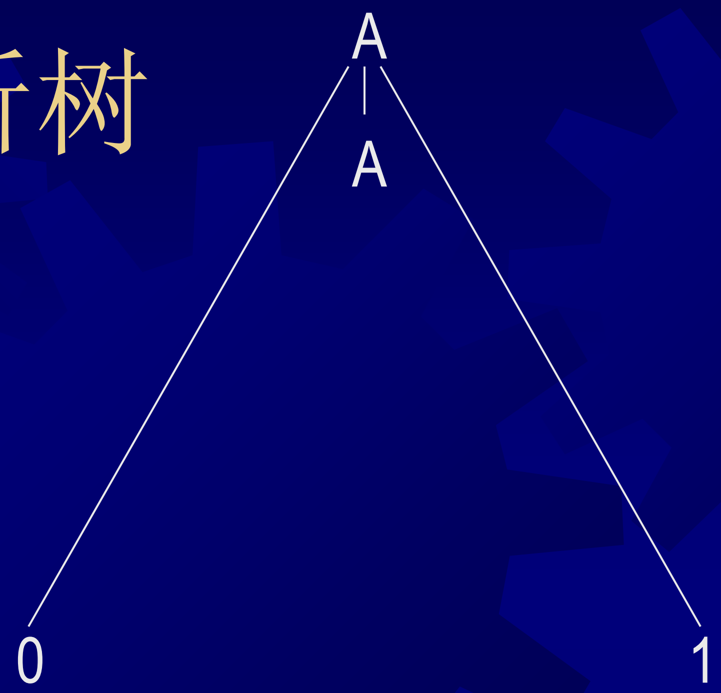
语法分析树

- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

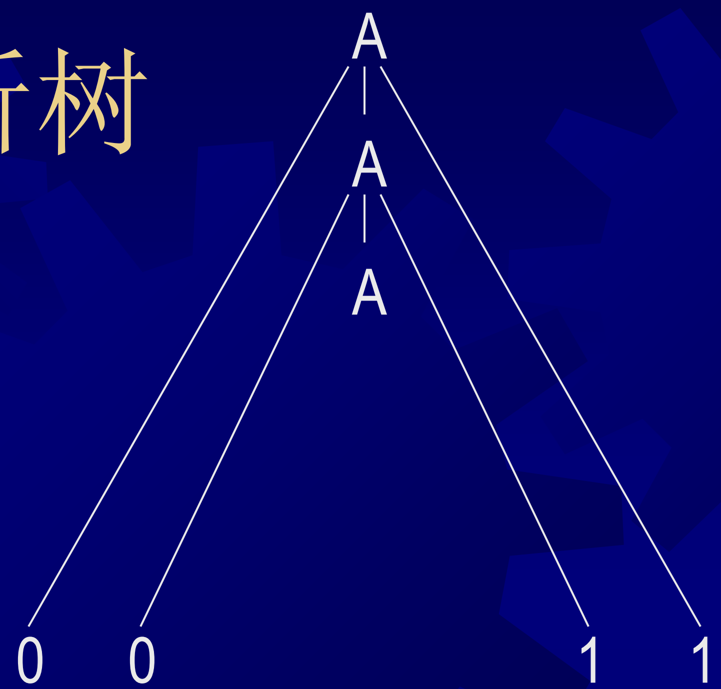
  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$



- 派生: $A \Rightarrow 0A1$
- 语法分析树

语法分析树



- 文法G_1:

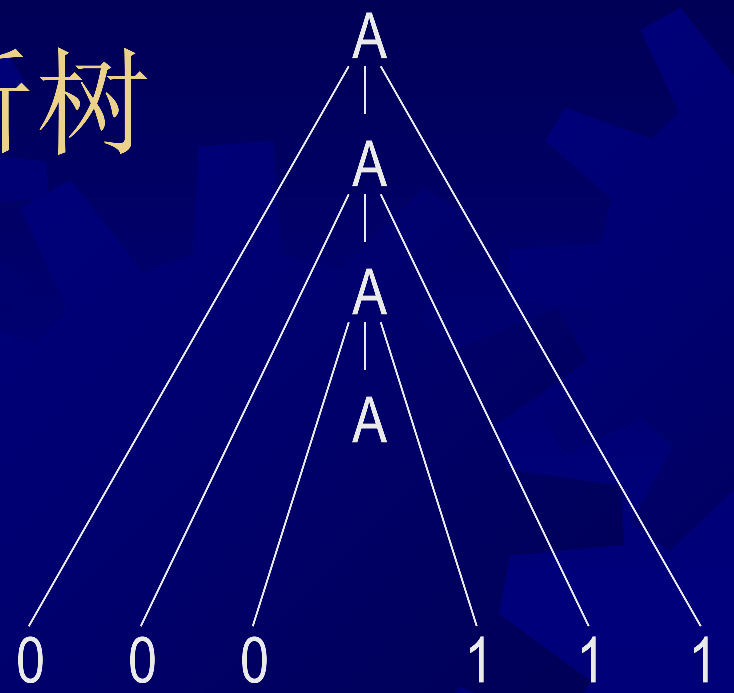
  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$
- 语法分析树

语法分析树



- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

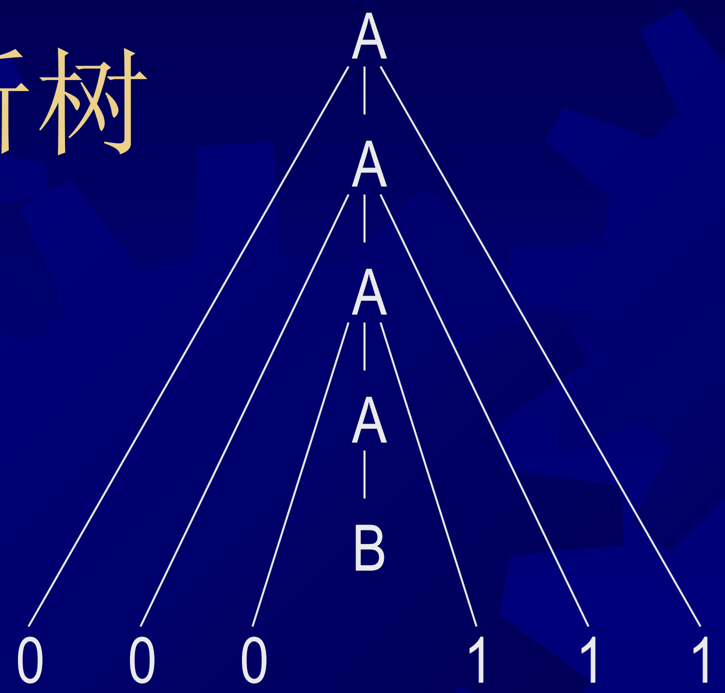
  $B \rightarrow \#$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$

  $\Rightarrow 000A111$

- 语法分析树

语法分析树



- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$

- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$

  $\Rightarrow 000A111 \Rightarrow 000B111$

- 语法分析树

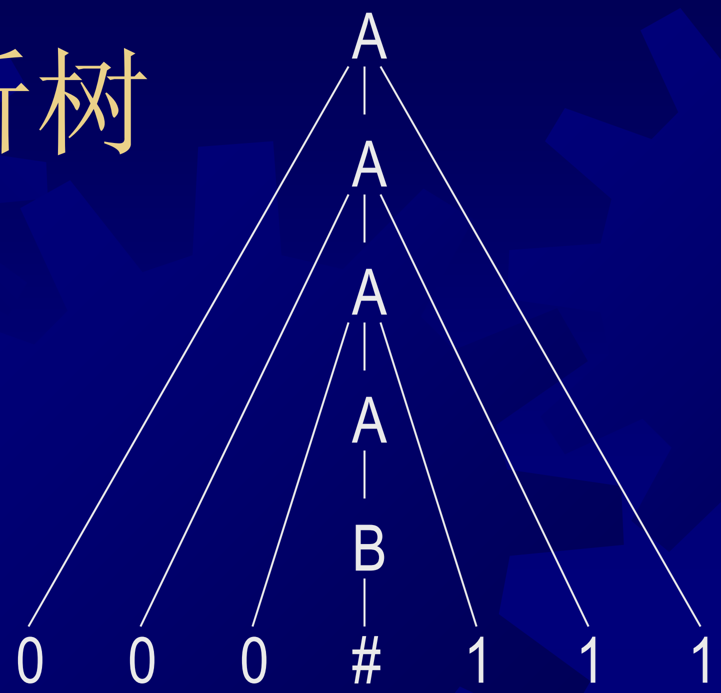
语法分析树

- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$



- 派生: $A \Rightarrow 0A1 \Rightarrow 00A11$

  $\Rightarrow 000A111 \Rightarrow 000B111$

  $\Rightarrow 000\#111$

- 语法分析树

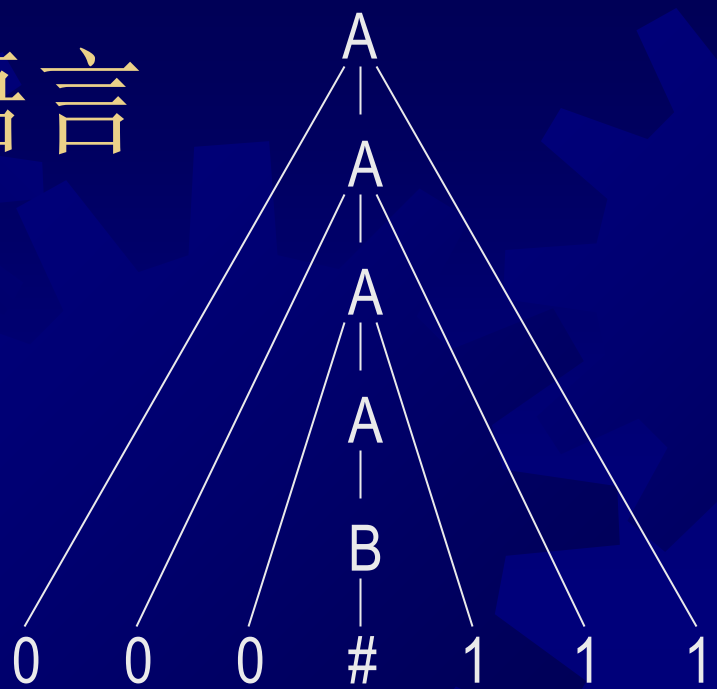
生成的语言

- 文法G_1:

  $A \rightarrow 0A1$

  $A \rightarrow B$

  $B \rightarrow \#$



- G_1生成的语言:

  $L(G_1)=\{ 0^n\#1^n \mid n\geq 0 \}$

产生式的缩写

- 文法G_1:

  $A \to 0A1$

  $A \to B$

  $B \to \#$

- 缩写:

G_1: $A \to 0A1 \mid B$

$\quad\quad B \to \#$

G_2

<句子> → <名词短语><动词短语>

<名词短语> → <复合名词> |
<复合名词><介词短语>

<动词短语> → <复合动词> |
<复合动词><介词短语>

<介词短语> → <介词><复合名词>

<复合名词> → <冠词><名词>

<复合动词> → <动词> | <动词><名词短语>

<冠词> → a_ | the_

<名词> → boy_ | girl_ | flower_

<动词> → touches_ | likes_ | sees_

<介词> → with_

G_2

- a boy sees
- the boy sees a flower
- a girl with a flower likes the boy

G_2

- a_boy_sees_
- the_boy_sees_a_flower_
- a_girl_with_a_flower_likes_the_boy_

G_2

<句子> ⇒ <名词短语><动词短语>

⇒ <复合名词><动词短语>

⇒ <冠词><名词><动词短语>

⇒ a_<名词><动词短语>

⇒ a_boy_<动词短语>

⇒ a_boy_<复合动词>

⇒ a_boy_<动词>

⇒ a_boy_sees_

上下文无关文法的定义

CFG的形式定义

- 定义3.1:上下文无关文法

  $G=(V,\Sigma,R,S)$,

  1) V: 有穷变元集

  2) Σ: 有穷终结符集

  3) R: 有穷规则集

  (规则形如 $A \rightarrow w$, $w \in (V \cup \Sigma)^*$)

  4) $S \in V$: 初始变元

CFG的形式定义

- 一步生成(派生,推导):
  - $uAv \Rightarrow uwv$ ($A \to w$是产生式)
- 任意步生成(派生,推导):
  - $u \Rightarrow^* v$:

    $u \Rightarrow u_1 \Rightarrow u_2 \Rightarrow \ldots \Rightarrow u_k \Rightarrow v$ 或 $u=v$
- 文法(生成)的语言:

  $L(G)=\{ w \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* w \}$
- 上下文无关语言(CFL):

  CFG生成的语言

例

- $G_1 = (\{A,B\},$
  $\{0,1,\#\},$
  $\{A \to 0A1, A \to B, B \to \#\},$
  $A)$

例

- G_2=({<句子>,<名词短语>,<动词短语>,<介词短语>,<复合名词>,<复合动词>,<冠词>,<名词>,<动词>, <介词>},

  {a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k,l,m,n,o,p,q,r,s,t,u,v,w,x,y,z,_},

  { <句子>→<名词短语><动词短语>,<名词短语>→<复合名词>, <名词短语>→<复合名词><介词短语>, <动词短语>→<复合动词>, <动词短语>→<复合动词><介词短语>, <介词短语>→<介词><复合名词>,<复合名词>→<冠词><名词>,<复合动词>→<动词>, <复合动词>→<动词><名词短语>,<冠词>→a_, <冠词>→the_,<名词>→boy_,<名词>→girl_,名词>→flower_,<动词>→touches_, <动词>→likes_,<动词>→sees_,<介词>→with_ },

  <句子>)

例3.2

- $G_3=(\{S\},\{a,b\},R,S)$, 其中R为

  $\{ S \to aSb \mid SS \mid \varepsilon \}$

  $S \Rightarrow SS \Rightarrow aSbS \Rightarrow abS$

  $\Rightarrow^* abab.$

  $S \Rightarrow aSb \Rightarrow aaSbb$

  $\Rightarrow^* aaabbb.$

  $S \Rightarrow aSb \Rightarrow aSSb$

  $\Rightarrow^* aababb.$

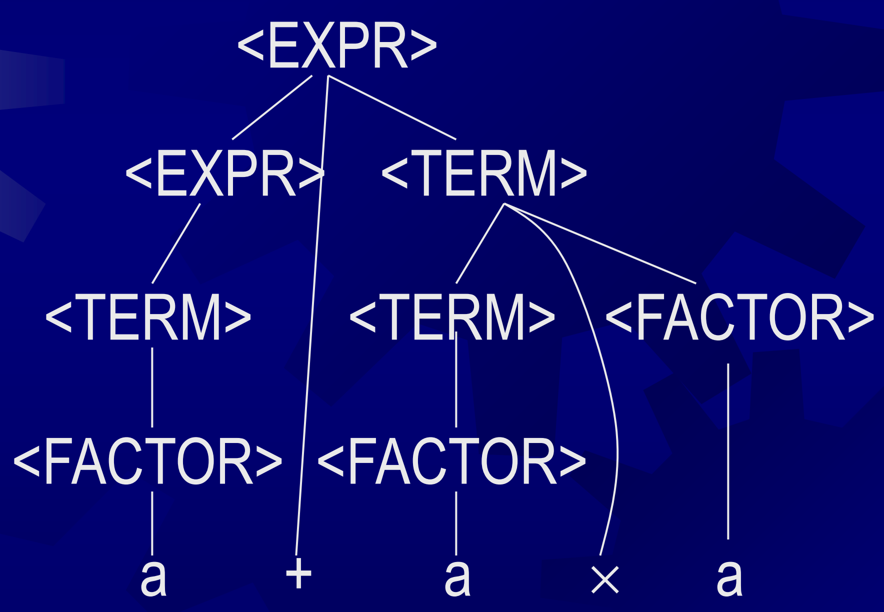
- $L(G_3)$包含所有匹配的括号串或空串.

例3.3

- $G_4=(V,\Sigma,R,\langle EXPR\rangle)$, 其中
  V={<EXPR>,<TERM>,<FACTOR>},
  Σ={ a, +, ×, (,) }, R为
  { <EXPR>→<EXPR>+<TERM> |
  <TERM>
  <TERM>→<TERM>×<FACTOR> |
  <FACTOR>
  <FACTOR>→(<EXPR>) | a }
- 乘法比加法优先

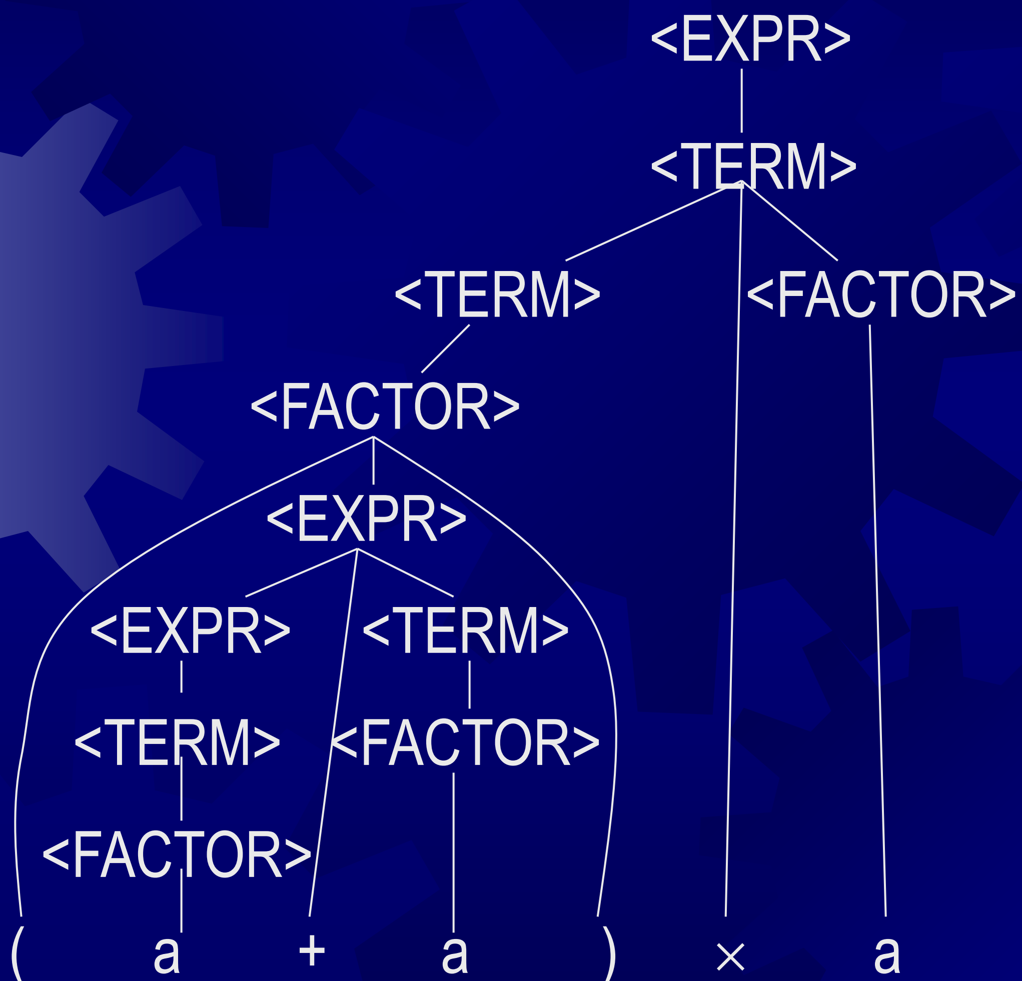
例3.3(续)

- a+a×a的语法分析树



例3.3(续)

- (a+a)×a的语法分析树



设计上下文无关文法

如何设计CFG

- 合并
- 正则
- 匹配
- 递归

合并CFG

- 为
  $\{w|w=0^n1^n$或$w=1^n0^n,n\geq 0\}$
  设计CFG.

合并CFG

- 为 $\{w|w=0^n1^n或w=1^n0^n,n\geq 0\}$ 设计CFG.
  - 为$\{w|w=0^n1^n,n\geq 0\}$设计CFG.
  - 为$\{w|w=1^n0^n,n\geq 0\}$设计CFG.

合并CFG

- 为 $\{w|w=0^n1^n$或$w=1^n0^n, n\geq 0\}$ 设计CFG.
  - 为$\{w|w=0^n1^n, n\geq 0\}$设计CFG.
    - $G_1=(\{S\},\{0,1\},\{S\to 0S1, S\to \varepsilon\},S)$
  - 为$\{w|w=1^n0^n, n\geq 0\}$设计CFG.
    - $G_2=(\{S\},\{0,1\},\{S\to 1S0, S\to \varepsilon\},S)$

合并CFG

- 为

  $\{w|w=0^n1^n或w=1^n0^n,n\geq 0\}$

  设计CFG.

  - 为$\{w|w=0^n1^n,n\geq 0\}$设计CFG.
    - $G_1=(\{S_1\},\{0,1\},\{S_1\rightarrow 0S_11,S_1\rightarrow \varepsilon\},S_1)$
  - 为$\{w|w=1^n0^n,n\geq 0\}$设计CFG.
    - $G_2=(\{S_2\},\{0,1\},\{S_2\rightarrow 1S_20,S_2\rightarrow \varepsilon\},S_2)$

合并CFG

- 为 $\{w|w=0^n1^n$或$w=1^n0^n,n\geq0\}$ 设计CFG.
  - 为$\{w|w=0^n1^n,n\geq0\}$设计CFG.
    - $G_1=(\{S_1\},\{0,1\},\{S_1\rightarrow0S_11,S_1\rightarrow\varepsilon\},S_1)$
  - 为$\{w|w=1^n0^n,n\geq0\}$设计CFG.
    - $G_2= (\{S_2\},\{0,1\},\{S_2\rightarrow1S_20,S_2\rightarrow\varepsilon\},S_2)$

$G=(\{S,S_1,S_2\},\{0,1\},\{ S\rightarrow S_1, S\rightarrow S_2,$
$S_1\rightarrow0S_11, S_1\rightarrow\varepsilon, S_2\rightarrow1S_20, S_2\rightarrow\varepsilon\},S)$

合并CFG

- 一般情况:
  增加 $S \to S_1 \mid S_2 \mid \ldots \mid S_k$
  - S是新的初始变元
  - $S_1, S_2, \ldots, S_k$ 是原来的初始变元

合并CFG

- 一般情况:

  增加 $S \to S_1 \mid S_2 \mid \ldots \mid S_k$
  - S是新的初始变元
  - $S_1, S_2, \ldots, S_k$ 是原来的初始变元

- 定理: CFL对并运算封闭. #

正则语言

- 为正则语言设计CFG.

正则语言

- 为正则语言设计CFG.
  - 把DFA转换成等价的CFG

正则语言

- 为正则语言设计CFG.
  - 把DFA转换成等价的CFG
  - 设DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$
  - 则CFG $G=(V,\Sigma,R,R_0)$

正则语言

- 为正则语言设计CFG.
  - 把DFA转换成等价的CFG
  - 设DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$
    - $Q=\{q_0,q_1,\ldots,q_k\}$,
  - 则CFG $G=(V,\Sigma,R,R_0)$
    - $V=\{R_0,R_1,\ldots,R_k\}$,

正则语言

- 为正则语言设计CFG.
  - 把DFA转换成等价的CFG
  - 设DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$
    - $\delta(q_i,a)=q_j$,
  - 则CFG $G=(V,\Sigma,R,R_0)$
    - $R_i \rightarrow aR_j$,

正则语言

- 为正则语言设计CFG.
  - 把DFA转换成等价的CFG
  - 设DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$
    - $q_i \in F$
  - 则CFG $G=(V,\Sigma,R,R_0)$
    - $R_i \to \varepsilon$

正则语言

- 为正则语言设计CFG.
  - 把DFA转换成等价的CFG
  - 设DFA $M=(Q,\Sigma,\delta,q_0,F)$
    - $Q=\{q_0,q_1,\ldots,q_k\}$, $\delta(q_i,a)=q_j$, $q_i\in F$
  - 则CFG $G=(V,\Sigma,R,R_0)$
    - $V=\{R_0,R_1,\ldots,R_k\}$, $R_i\to aR_j$, $R_i\to\varepsilon$

- **定理**: 正则语言都是

  上下文无关语言.

某些匹配

- 0^n1^n

某些匹配

- $0^n 1^n$
- $R \to 0R1$, $R \to \varepsilon$

某些匹配

- 0^n1^n
- $R \rightarrow 0R1$, $R \rightarrow \varepsilon$
- 0000011111

某些匹配

- 0^n1^n
- $R \to 0R1$, $R \to \varepsilon$
- 0000011111

某些匹配

- 0^n1^n
- $R \to 0R1$, $R \to \varepsilon$
- 0000011111
- ww^R
  - 倒置: $w=11010$, $w^R=01011$

某些匹配

- ww^R
  - 倒置: $w=11010$, $w^R=01011$
  - 可用上下文无关文法生成

某些匹配

- ww^R
  - 倒置: $w=11010$, $w^R=01011$
  - 可用上下文无关文法生成
- ww

某些匹配

- ww^R
  - 倒置: $w=11010$, $w^R=01011$
  - 上下文无关
- ww
  - 非正则, 非上下文无关

某些匹配

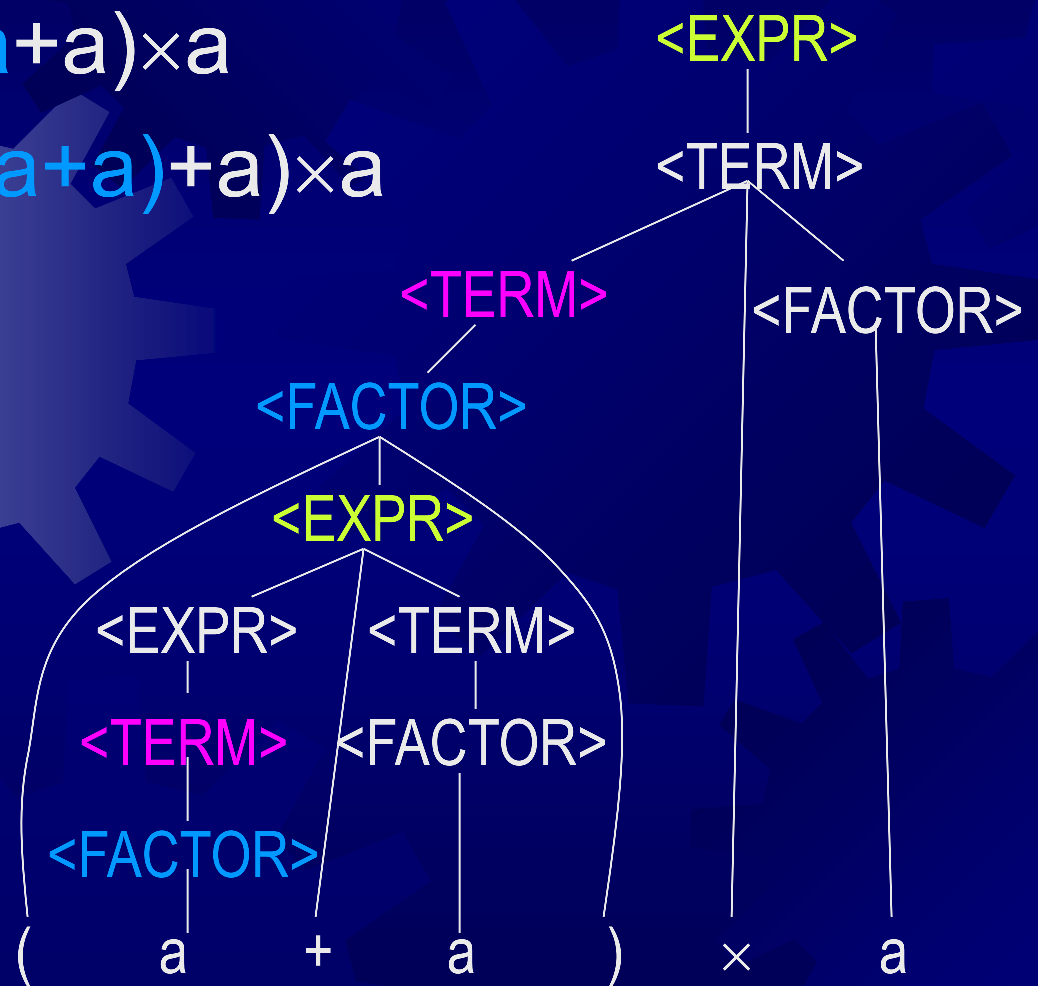
- ww^R
  - 倒置: $w=11010$, $w^R=01011$
  - 上下文无关
- ww
  - 非正则, 非上下文无关
- 非ww

某些匹配

- ww^R
  - 倒置: $w=11010$, $w^R=01011$
  - 上下文无关
- ww
  - 非正则, 非上下文无关
- 非ww
  - 上下文无关

递归结构

- (a+a)×a
- ((a+a)+a)×a



主要内容

- 上下文无关语言
  - 上下文无关文法(CFG)
  - 歧义性
  - 乔姆斯基范式
- 下推自动机(PDA)
- PDA与CFG的等价性
- 泵引理 (略)

文法的歧义性

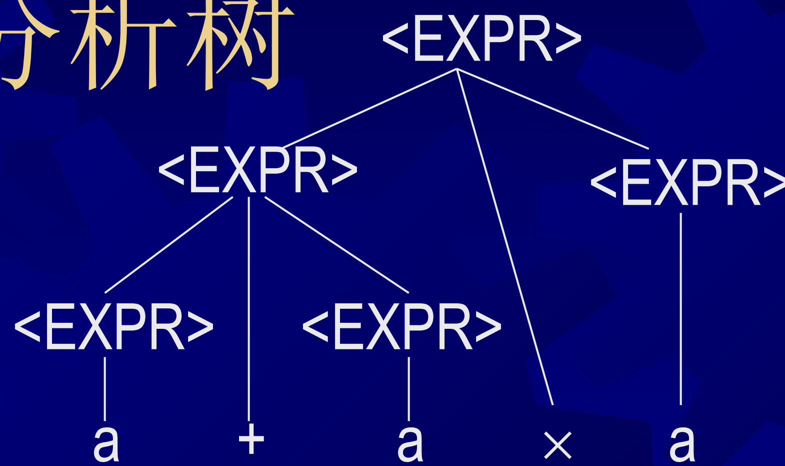
歧义性

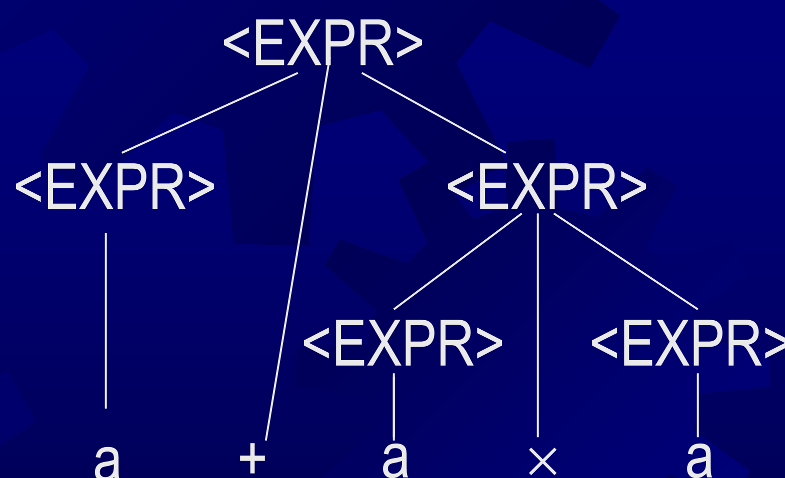
- G_5: <EXPR> →
- <EXPR>+<EXPR> |

  <EXPR>×<EXPR> |

  (<EXPR>) | a

不同的分析树





不同的结构与不同的意义

- G_2:
- the_girl_touches_the_boy_with_flower

最左派生

- 最左派生:

每一步都替换最左边的变元

最左派生的例子

- $\langle EXPR\rangle \Rightarrow \langle EXPR\rangle+\langle EXPR\rangle$

$\Rightarrow a+\langle EXPR\rangle$

$\Rightarrow a+\langle EXPR\rangle\times\langle EXPR\rangle$

$\Rightarrow a+a\times\langle EXPR\rangle \Rightarrow a+a\times a$

两个不同的最左派生

- <EXPR> ⇒ <EXPR>+<EXPR>
⇒ a+<EXPR>
⇒ a+<EXPR>×<EXPR>
⇒ a+a×<EXPR> ⇒ a+a×a

- <EXPR> ⇒ <EXPR>×<EXPR>
⇒ <EXPR>+<EXPR> ×<EXPR>
⇒ a+<EXPR>×<EXPR>
⇒ a+a×<EXPR> ⇒ a+a×a

歧义性地产生

- 最左派生:

每一步都替换最左边的变元

- 歧义地产生:

有两个不同的最左派生

歧义文法

- 最左派生:

  每一步都替换最左边的变元

- 歧义地产生:

  有两个不同的最左派生

- 歧义文法:

  文法歧义地产生某个串

固有歧义性

- 最左派生:

  每一步都替换最左边的变元
- 歧义地产生:

  有两个不同的最左派生
- 歧义文法:

  文法歧义地产生某个串
- 固有歧义语言:

  只能用歧义文法产生

固有歧义语言的例子

- 固有歧义语言:
  只能用歧义文法产生
- 例: $\{ 0^i 1^j 2^k \mid i=j$ 或 $j=k \}$
  - $\{ 0^n 1^n 2^m \mid n,m \geq 0 \} \cup$
    $\{ 0^m 1^n 2^n \mid n,m \geq 0 \}$
  - $0^n 1^n 2^n$只能歧义地产生

歧义性与非确定性

- 固有歧义性 (Inherent Ambiguity)
- 非确定性 (Nondeterminism)

主要内容

- 上下文无关语言
  - 上下文无关文法(CFG)
  - 歧义性
  - 乔姆斯基范式
- 下推自动机(PDA)
- PDA与CFG的等价性
- 泵引理 (略)

乔姆斯基范式的定义

乔姆斯基范式(CNF)

- CNF: 只允许如下形式的规则:
  - $S \to \varepsilon$
  - $A \to BC$
  - $A \to a$
- 其中
  - A,B,C是任意变元
  - B,C不是初始变元
    (初始变元不能在右方出现)
  - a是任意终结符

求乔姆斯基范式的算法

乔姆斯基范式(CNF)

- 等价:

  两个文法生成同样语言

- 定理3.6: 任何CFG都有

  等价的CNF.

定理3.6

- 定理3.6: 任何CFG都有
  等价的CNF.
- 证明思路: 下列算法:

1) 添加新的初始变元
2) 处理$A\to\varepsilon$ (ε规则)
3) 处理$A\to B$ (单一规则)
4) 处理$A\to u_1u_2\ldots u_k$ ($k\geq 3$)
5) 处理$A\to a_ia_j$, $A\to a_iB$, $A\to Ba_i$

添加新初始变元

1) 添加新初始变元S_0和规则

$$S_0 \to S,$$

其中S是旧初始变元.

处理ε规则

- 2) 考虑所有ε规则.

  若A不是初始变元,则删除$A \to \varepsilon$,

  以各种可能的方式删除其他规则

  右边的A,添加新的规则,例如

  由$B \to uAv$添加$B \to uv$

  由$B \to uAvAw$添加$B \to uvAw \mid uAvw \mid uvw$

  由$B \to A$添加$B \to \varepsilon$ (除非已删除过$B \to \varepsilon$)

  直到删除所有ε规则($S_0 \to \varepsilon$除外)为止.

处理单一规则

- 3) 处理所有单一规则.

  删除$A \to B$,

  若有规则$B \to u$, 则添加规则$A \to u$,

  除非$A \to u$是已删除过的单一规则.

  重复上述步骤,

  直到删除所有单一规则为止.

处理$A \to u_1 u_2 \ldots u_k$规则

4) 把每一条规则$A \to u_1 u_2 \ldots u_k$换成

$A \to u_1 A_1$

$A_1 \to u_2 A_2$

$A_2 \to u_3 A_3$

…

$A_{k-2} \to u_{k-1} u_k \quad (k \geq 3)$

处理终结符

5) 对每个终结符a_i，

引入变元U_i和规则$U_i \to a_i$.

把$A \to a_i a_j$换成$A \to U_i U_j$

把$A \to a_i B$换成$A \to U_i B$

把$A \to B a_i$换成$A \to B u_i$

可以证明，这样求出的是等价的乔姆斯基范式，定理3.6证明完毕。

求乔姆斯基范式的例子

例3.7

G_6: $S \to ASA \mid aB$,

$A \to B \mid S$

$B \to b \mid \varepsilon$

求等价CNF.

例3.7(1)

G_6: $S \to ASA \mid aB,$

$A \to B \mid S$

$B \to b \mid \varepsilon$

(1) $S_0 \to S$

$S \to ASA \mid aB$

$A \to B \mid S$

$B \to b \mid \varepsilon$

例3.7(2a)

(2a) $S_0 \to S$

$S \to ASA \mid aB$

$A \to B \mid S$

$B \to b \mid \varepsilon$

例3.7(2a)

(2a) $S_0 \to S$

$S \to ASA \mid aB \mid a$

$A \to B \mid S \mid \varepsilon$

$B \to b$

例3.7(2b)

(2b) $S_0 \rightarrow S$

$S \rightarrow ASA \mid aB \mid a$

$A \rightarrow B \mid S \mid \varepsilon$

$B \rightarrow b$

例3.7(2b)

(2b) $S_0 \to S$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS \mid S$

$A \to B \mid S$

$B \to b$

例3.7(3a)

(3a) $S_0 \to S$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS \mid S$

$A \to B \mid S$

$B \to b$

例3.7(3a)

(3a) $S_0 \to S$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$A \to B \mid S$

$B \to b$

例3.7(3b)

(3b) $S_0 \to S$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$A \to B \mid S$

$B \to b$

例3.7(3b)

(3b) $S_0 \to ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$

$A \to B \mid S$

$B \to b$

例3.7(3c)

(3c) $S_0 \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$A \to B \mid S$

$B \to b$

例3.7(3c)

(3c) $S_0 \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$A \to S \mid b$

$B \to b$

例3.7(3d)

(3d) $S_0 \to ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$A \to S \mid b$

$B \to b$

例3.7(3d)

(3d) $S_0 \to ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$A \to b \mid ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$B \to b$

例3.7(4)

(4) $S_0 \to ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$S \to ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$A \to b \mid ASA \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$B \to b$

例3.7(4)

(4) $S_0 \to AA_1 \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$S \to AA_2 \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$A \to b \mid AA_3 \mid aB \mid a \mid$

$SA \mid AS$

$B \to b$

$A_1 \to SA$

$A_2 \to SA$

$A_3 \to SA$

例3.7(4)

(4) $S_0 \to AA_1 \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$S \to AA_1 \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$A \to b \mid AA_1 \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$B \to b$

$A_1 \to SA$

例3.7(5)

(5) $S_0 \to AA_1 \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$S \to AA_1 \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$A \to b \mid AA_1 \mid aB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$B \to b$

$A_1 \to SA$

例3.7(5)-完成

(5) $S_0 \to AA_1 \mid UB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$S \to AA_1 \mid UB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$A \to b \mid AA_1 \mid UB \mid a \mid$
$SA \mid AS$

$B \to b$

$A_1 \to SA$

$U \to a$

作业

- 书本 2.1， 2.4， 2.6， 2.14